

# Estimation de la résistance thermique de contact durant la solidification du verre

Tahar Loulou, Refahi Abou-Khachfe \*, Jean-Pierre Bardon

Laboratoire de thermocinétique, UMR CNRS 6607, Isitem, La Chantrerie, BP 90604, 44306 Nantes, France

(Reçu le 6 juillet 1998, accepté le 29 juin 1999)

**Abstract — Estimation of the thermal contact resistance during glass solidification.** This paper presents an experimental study of thermal contact conditions during glass moulding. Our goal was to develop an experimental setup to simulate the real contact conditions during the glass solidification and to build a numerical procedure to estimate the thermal parameters characterizing heat transfer at the contact interface (mould-glass). The semi-transparent character of glass was taken into account when building the theoretical heat transfer model. Thus a heat radiation-conduction model was built to simulate heat transfer at the interface during the glass cooling. The study shows that when the coupled conduction-radiation effect is taken into account, the parameter estimation is better. Thermal contact resistance mold-glass was estimated and the quality of heat transfer at the interface was analyzed. © 1999 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**glass-metal contact / thermal contact resistance / semitransparent medium / conduction-radiation coupling in heat transfer / inverse method**

**Résumé —** Cet article présente une étude expérimentale de l'évolution des conditions thermique de contact entre une pastille en verre et une paroi métallique. L'objectif essentiel est la mise au point d'une procédure expérimentale permettant l'estimation des paramètres caractérisant les phénomènes thermiques évoluant à l'interface (température à gauche et à droite, flux de chaleur à l'interface, résistance de contact). La construction du modèle d'estimation de la résistance thermique de contact entre la pastille et la paroi tient compte du caractère semi-transparent de la pastille de verre. Cette étude nous a aidés à mieux comprendre les mécanismes de transfert thermique au niveau de l'interface moule-verre. Elle a permis aussi de déduire l'évolution de la résistance de contact au cours du processus de fabrication des produits verriers. © 1999 Éditions scientifiques et médicales Elsevier SAS

**contact verre-métal / résistance thermique de contact / milieu semi-transparent / couplage conduction-rayonnement dans le transfert de chaleur / méthode inverse**

## Nomenclature

$a$	constante
$b$	constante
$C$	capacité thermique massique . . . . .
$c_p$	chaleur spécifique . . . . .
$E_n$	fonction exponentielle-intégrale d'ordre $n$
$F$	fraction d'énergie du corps noir
$h$	coefficent de transfert . . . . .
$K$	coefficent d'absorption . . . . .
$L$	luminance . . . . .
$M$	nombre de bandes optiques
$n$	indice de réfraction
$\mathcal{R}$	résistance thermique de contact . . . . .

$T$	température . . . . .	°C ou K
$q_c$	flux conductif . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
$q_m$	flux radiatif relatif à la bande $m$ . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
$q_r$	flux radiatif . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
$q_\lambda$	flux radiatif relatif à la longueur d'onde $\lambda$ . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
$q_v$	flux radiatif relatif à la fréquence $v$ . . . . .	$\text{W}\cdot\text{m}^{-2}$
$t$	temps . . . . .	s
$x$	espace . . . . .	m

## Symboles grecs

$\alpha$	paramètre quelconque
$\varepsilon$	émissivité
$\kappa$	conductivité thermique . . . . .
$\lambda$	longueur d'onde . . . . .
$\mu$	cosinus directeur
$\nu$	fréquence
$\rho$	réflectivité
$\tau$	épaisseur optique

\*Correspondance et tirés à part.  
refahi.aboukhachfe@isitem.univ-nantes.fr

*Indices*

0	en $x = 0$
1	paroi 1, $x = 0$
2	paroi 2, $x = a$
$b$	en $x = b$
$\varepsilon$	émissivité
$\lambda$	longueur d'onde
$\nu$	fréquence
s	substrat
v	verre

*Exposants*

0	relatif aux corps noirs
i	initial

## 1. INTRODUCTION

La connaissance des températures et des flux de chaleur interfaciaux durant la fabrication des produits verriers est particulièrement importante pour la prédiction de certaines propriétés du verre solidifié, ainsi que pour la conduite du processus industriel de fabrication. L'existence d'une résistance thermique de contact et son évolution dans le temps influent sur l'intensité des gradients de température et, par conséquent, sur les phénomènes de solidification du verre. D'après notre recherche bibliographique, il apparaît qu'il existe un certain nombre d'études concernant le refroidissement du verre en fusion au contact d'une paroi métallique plus froide, mais peu d'entre elles abordent de manière approfondie l'étude et la mesure précise des conditions de contact métal-verre durant la solidification de ce dernier.

Dans son article, Mérour [1] explique que l'on ne peut pas espérer un calcul précis de résistance thermique de contact verre-moule sans utiliser un modèle thermique qui tienne compte du caractère semi-transparent du verre.

Farag et al. [2] ont développé un modèle de calcul du champ de température et du flux radiatif au sein d'un verre à haute température séjournant dans un moule à une température moins élevée. Ils ont présenté l'évolution de la température dans la lame de verre en fonction du temps. Ils n'ont pas introduit dans leur modèle la notion de résistance de contact. L'objectif essentiel de leur travail était de remonter à la température de surface du verre afin d'expliquer le phénomène de « peau froide », qui se développe durant le refroidissement du verre.

À partir de mesures de température et de calculs thermiques, Trier [3] a estimé le saut de température à l'interface à 150 K entre la peau de verre et la paroi du moule. Ce saut est expliqué par l'existence d'une zone

commune de contact qui est mauvaise conductrice de la chaleur (une lame d'air). En faisant l'hypothèse d'une couche d'air continue entre le moule et le verre, il estime son épaisseur entre 23 et 33 µm. Il montre qu'avec 5 à 10 % de contact parfait sur la surface apparente de contact et avec une zone perturbée de 100 µm d'épaisseur, le transfert de chaleur observé est assuré.

McGraw [4] a caractérisé expérimentalement le phénomène de dilatation différentielle (contraction du verre solidifié, suite à son refroidissement, et dilatation de la paroi du moule, sous l'effet de l'échauffement). En effet, à l'aide d'un montage spécifique, il a mesuré la force de démolage du verre. Il a constaté que cette force décroît linéairement en fonction du temps. Il a conclu son étude en donnant un ordre de grandeur du coefficient d'échange  $h$  entre le début et la fin de la phase de démolage du verre, et en précisant que le transfert radiatif verre-moule est quasi nul.

Murakami [5, 6] a étudié le contact verre métal à haute température en fonction de plusieurs paramètres et de l'influence du milieu intermédiaire. Afin de simuler le contact, il a mis au point un montage classique de mesure de résistance thermique de contact (deux cylindres pressés en contact) avec différents types de milieu interstitiel (air, polyéthylène glycol, dépôt de graphite) et pour différentes rugosités de surface. Il a fini par constater que, lorsque le milieu est rempli de polyéthylène glycol, l'espace interstitiel est totalement occupé si la rugosité des surfaces n'est pas importante. Sinon, il subsiste des poches remplies d'air. La présence du dépôt de graphite ne modifie presque pas les conditions de contact. Le choix du polyéthylène glycol comme milieu interstitiel est justifié par son comportement pâteux, semblable à celui du verre à des températures élevées. Murakami a caractérisé le transfert de chaleur à l'interface par la relation suivante :

$$q = h(T_1 - T_2) + 4,96\varepsilon \left[ \left( \frac{T_1 + 273}{100} \right)^4 - \left( \frac{T_2 + 273}{100} \right)^4 \right]$$

où  $h$  est un coefficient de transfert à l'interface,  $T_1$  et  $T_2$  sont les températures de paroi (en °C) et  $\varepsilon$  est l'émissivité des deux surfaces en contact. Cette relation représente la somme de deux flux, l'un conductif, l'autre radiatif. Il a conclu que le décollement entre le verre et le moule varie progressivement, durant la solidification, de 20 à 80 µm.

Pchelyakov et al. [7] ont modélisé les transferts thermiques à l'interface en se basant sur un transfert purement conductif. Ils proposent un coefficient de transfert  $h$  équivalent à un rapport de conductivité thermique sur une épaisseur (conductivité de la couche gazeuse sur son épaisseur). L'épaisseur de la couche gazeuse est fonction

du saut de température à l'interface, de la diffusivité thermique et du coefficient de dilatation thermique du verre.

Schwander [8] a étudié l'influence des propriétés radiatives des interfaces sur les transferts thermiques dans les milieux semi-transparents condensés. À partir de plusieurs configurations de paroi, il a construit des interfaces équivalentes caractérisées par des émissivités et réflectivités équivalentes.

Dans une étude très récente [9], Maréchal a soulevé la difficulté de modéliser l'interface métal–verre en cours de solidification. Son étude portait sur les transferts de chaleur durant le moulage de verres industriels sur un métal poreux. Dans cette étude, il a comparé ses résultats à ceux de McDowell [4] et Pchelyakov [7]. Il a montré que le transfert est cinq fois moins important dans le cas du contact verre–métal poreux que dans celui du contact verre–métal dense.

Le traitement du transfert thermique couplé est très complexe et très varié [10, 11]. Plusieurs études ont été menées par Viskanta [12, 13] sur le refroidissement du verre dans l'air libre. Un problème majeur rencontré est celui du couplage conduction–rayonnement et surtout sa résolution numérique. La référence [12] traite un cas académique de couplage permettant ainsi de comprendre le phénomène. La divergence de la solution, du fait de la forte non-linéarité de l'expression mathématique du flux radiatif, a fait l'objet d'une étude décrite dans la référence [14]; celle-ci aboutit à l'introduction d'un terme de relaxation du champ de température.

Signalons enfin que la prise en compte des conditions aux limites thermiques dans le cas des milieux semi-transparents est particulièrement délicate. En utilisant la méthode des zones introduite initialement par Hotel [11], Ping et al. [15] et Heping et al. [16] présentent une étude théorique et numérique du couplage conduction–rayonnement en considérant différents types de conditions aux limites. Ainsi, différentes conditions aux limites radiatives ont été considérées (opaque, transparente, spéculaire ou diffuse) et trois types de conditions thermiques ont été analysés (première, deuxième et troisième espèce).

Dans ce travail, nous proposons de présenter les travaux expérimentaux développés au laboratoire de thermocinétique de Nantes, en collaboration avec la société Saint-Gobain, pour déterminer les conditions thermiques (température à gauche et à droite de l'interface, densité de flux et résistance thermique de contact) et leurs évolutions durant le processus de formage des produits verriers. Nous proposons un modèle de contact thermique qui reste à développer et à améliorer, et qui permettra dans le futur une meilleure compréhension des

phénomènes complexes évoluant à l'interface (couplage, solidification...).

Notre travail comporte trois parties essentielles. La première partie est consacrée à la présentation du montage expérimental développé, afin d'étudier avec précision les transferts de chaleur au contact verre – paroi métallique à haute température. La deuxième partie traite de l'élaboration d'un modèle de contact thermique verre–métal plus adapté que le modèle classique entre milieux opaques et de la résolution du problème de couplage conduction–rayonnement au sein du verre. En dernier lieu, nous présentons les résultats de l'estimation des paramètres caractérisant les transferts thermiques à l'interface.

## 2. MONTAGE EXPÉRIMENTAL

Le montage expérimental, représenté sur la figure 1, se compose de deux parties : une partie haute, contenant le substrat métallique et son chauffage, et une partie basse, dans laquelle se situe le verre, également munie d'un système de chauffage. Lors d'une expérience, ces deux parties sont mises en contact par un système mécanique constitué d'un vérin coulissant sur une colonne. Le déplacement des différents éléments du dispositif s'effectue par un système de vérins pneumatiques.

Le substrat utilisé est en métal. Il est formé d'un cylindre plein de 50 mm de diamètre et de 40 mm de hauteur. Lors de l'expérience, la face supérieure du substrat entre en contact avec la pastille de verre. Le cylindre est coupé en deux parties, selon son axe, afin d'y installer les thermocouples, puis reconstitué. Sur le plan de coupe d'un des deux demi cylindres, une rainure de 0,1 mm de profondeur a été réalisée, afin de pouvoir y insérer les thermocouples. Un dépôt de vernis sur le fond assure l'isolation électrique des fils du substrat.

Quatre thermocouples constitués de fils de constan-tan de 25 µm de diamètre ont ainsi été fixés sur l'axe

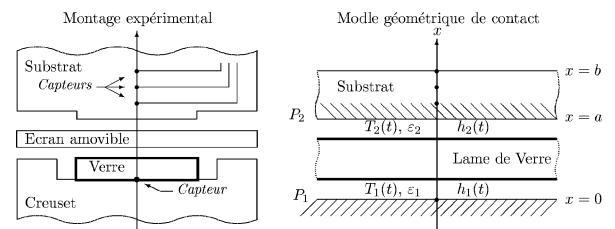


Figure 1. Montage expérimental et géométrie de contact.

Figure 1. Experimental setup and geometry of contact.

de symétrie du demi-cylindre et disposés perpendiculairement à cet axe, afin de se trouver sur des isothermes. À une distance suffisante de l'axe, les fils des capteurs changent de direction et de diamètre. Leur nouveau diamètre est de  $80 \mu\text{m}$  et leur direction est axiale. Leur sortie se fait dans le sens de l'axe du demi-cylindre. Une fois cette instrumentation réalisée et les positions des différents thermocouples relevées au microscope et à l'analyseur de surface, les deux demi-cylindres sont assemblés, selon leur plan de coupe, par des pions de centrage.

Le substrat, ainsi reconstitué, est placé dans un support en acier réfractaire. Ce dernier est destiné à maintenir le substrat à une température constante bien déterminée. Le maintien à température constante est assuré par une régulation PID. Une isolation thermique poussée a été conçue pour limiter les fuites de chaleur et maintenir ainsi une température uniforme dans un plan perpendiculaire à l'axe du substrat.

Le verre utilisé est un verre plat sodocalcique. Ce type de verre est utilisé dans la fabrication de la majeure partie des produits verriers. Pour l'expérience, nous utilisons une pastille de verre de 50 mm de diamètre et de 5 mm d'épaisseur. Celle-ci est déposée dans un creuset métallique qui s'encastre dans la partie inférieure du dispositif. Des résistances chauffantes sont disposées dans un socle en acier réfractaire. Elles permettent de chauffer le verre jusqu'à une température initiale bien déterminée.

La température du verre est relevée à la base de la pastille par un thermocouple installé dans le fond du creuset métallique. Ce même thermocouple est utilisé pour la régulation de la température de chauffage du verre.

Un écran amovible formé d'un support métallique en aluminium vient s'insérer entre la partie haute et la partie basse du montage, lors du chauffage séparé de ces deux éléments. À l'intérieur du boîtier métallique, nous avons disposé une isolation assez poussée, qui permet de limiter les fuites de la pastille de verre vers le substrat.

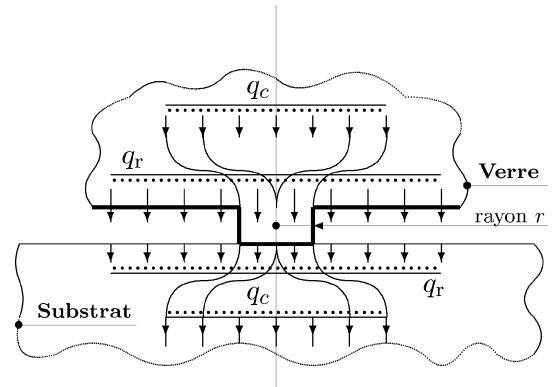
### 3. MODÉLISATION DU CONTACT VERRE-MÉTAL

Le modèle mathématique simulant les transferts thermiques dans l'ensemble verre–substrat est donné par le système d'équations décrit au § 3.2. Celui-ci est établi à partir de la géométrie présentée sur la *figure 1*. Les cal-

culs développés dans ce qui suit ont été menés sous les hypothèses suivantes :

- le contact entre le verre et la paroi métallique  $P_1$  constituant le fond du creuset est parfait ( $h_1(t)$  est infini) ;
- le contact entre la lame de verre et la paroi  $P_2$  est caractérisé par une condition nouvelle introduisant deux paramètres : un coefficient  $h_2(t)$  c'est-à-dire une résistance thermique de contact  $\mathcal{R}(t) = 1/h_2(t)$ , et un paramètre  $\alpha$ , qui caractérise l'influence du flux radiatif que nous allons préciser ;
- les parois de la lame de verre sont supposées transparentes.

Afin de se faire une idée plus précise des phénomènes de transfert thermique à l'interface verre–métal, nous considérons dans la suite le problème du contact thermique à l'échelle d'une zone élémentaire de contact (*figure 2*).



**Figure 2.** Transfert de chaleur à l'échelle d'un contact élémentaire.

**Figure 2.** Heat transfer on an elementary contact scale.

### 3.1. Analyse fondamentale du contact verre-métal

Au moment du contact, le verre, plus chaud, cède de la chaleur au substrat. Dans le verre, les modes de transferts thermiques sont de deux types : radiatif et conductif. Le flux radiatif qui quitte le verre est absorbé à la surface du substrat. Ce flux est réparti à peu près uniformément sur toute la surface apparente de contact ; il est insensible au phénomène tridimensionnel de micro-constriction, qui se développe au niveau de la zone des micro-contacts. En conséquence, ce flux radiatif ne participe pas à la discontinuité, mais doit être pris en compte

dans le bilan des flux à l'interface. Cependant, au sein du verre, le flux conductif n'est pas conservatif, car il existe, dans chaque élément de volume, une source volumique de chaleur dont la puissance est égale à la divergence du flux radiatif. Cette puissance thermique volumique participe au flux conductif et modifie le champ de température et les phénomènes de micro-constriction au voisinage des zones de micro-contact. Plus précisément, si l'on considère cette zone de micro-constriction, dont l'épaisseur  $\ell$  est voisine de la demi distance entre deux micro-contacts, on peut dire que, selon l'abscisse  $x \in [a - \ell, a]$  où la chaleur est générée, celle-ci va subir une fraction plus ou moins grande de la chute de température qui se produit dans cette zone de micro-constriction. (Si elle est générée à la frontière  $x = a - \ell$  de cette zone, elle va subir toute la chute, alors que si elle est générée à une abscisse  $x$  très proche de l'interface  $x = a$ , elle n'en subira qu'une fraction très faible.) Par conséquent, la totalité du flux générée dans cette zone, de l'ordre de :

$$\phi_r = \beta \frac{\partial q_r}{\partial x}$$

ne participe que pour une part  $\beta < 1$  à cette chute. La connaissance de ce facteur  $\beta$  ne peut être achevée qu'en résolvant le problème de la constriction en milieu semi-transparent, ce qui sort du cadre de cette article. On propose simplement ici d'en tenir compte globalement, en introduisant dans l'expression du saut de température  $T_v(a, t) - T_s(a, t)$  un terme correctif (probablement petit), lié à  $\phi_r$  et corrigeant le flux conductif dans le verre, qui contient implicitement la totalité de  $\phi_r$ . La condition thermique à l'interface ainsi modifiée s'écrit :

$$\left( -\kappa_v(T) \frac{\partial T_v(a, t)}{\partial x} + \alpha \phi_r \right) \mathcal{R}(t) = T_v(a, t) - T_s(a, t) \quad (1)$$

$$-\kappa_v(T) \frac{\partial T_v(a, t)}{\partial x} + q_r(a, t) = -\kappa_s(T) \frac{\partial T_s(a, t)}{\partial x} \quad (2)$$

$$\phi_r = \beta \frac{\partial q_r}{\partial x} \quad (3)$$

avec

$-\kappa_v(T)(\partial T_v(a, t)/\partial x)$  le flux conductif quittant le verre,

$T_v(a, t) - T_s(a, t)$  le saut de température à l'interface  $x = a$ ,

$\alpha \phi_r$  la fraction du flux radiatif participant au saut de température,

$\mathcal{R}(t)$  la résistance thermique de contact.

Dans l'expression (1), le terme correctif

$$\alpha \phi_r = \alpha \frac{\partial q_r}{\partial x} \beta$$

est négatif et  $\alpha$  est un paramètre ajustable compris entre 0 et 1. Il est fort probable que cette correction soit faible ( $\alpha \ll 1$ ), mais l'estimation précise de ce paramètre  $\alpha$  reste très difficile. Seule une étude fondamentale du phénomène de micro-constriction tridimensionnel, à l'échelle d'une zone de contact élémentaire, pourra nous éclairer sur l'ordre de grandeur du paramètre  $\alpha$ . Cette étude est en cours et n'est pas achevée. Elle ne sera donc pas traitée dans cet article.

Enfin, on peut noter qu'il existe une situation très particulière, correspondant à une paroi parfaitement réfléchissante, pour laquelle  $q_r(a, t)$  dans l'équation (2) serait nul. Dans ce cas, seul le flux conductif dans le verre serait transmis au substrat par les zones de contact.

### 3.2. Formulation du problème dans l'ensemble verre-métal

L'approche qui est retenue ici est une approche monodimensionnelle, pour laquelle le contact verre-métal est traité grâce à la condition définie par les équations (1)-(3). En désignant le terme  $\rho c_p(T)$  par  $C_v(T)$  pour le verre et  $C_s(T)$  pour le substrat, les équations régissant le champ de température (équations de la chaleur, conditions aux limites et initiales) dans le verre et dans le substrat s'écrivent :

$$C_v(T) \frac{\partial T_v(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa_v(T) \frac{\partial T_v(x, t)}{\partial x} \right) - \frac{\partial q_r(x, t)}{\partial x}, \quad 0 < x < a, \quad 0 < t \leq t_f \quad (4)$$

$$T_v(x, 0) = T_v^i, \quad t = 0, \quad 0 \leq x \leq a \quad (5)$$

$$T_v(0, t) = T_0(t), \quad x = 0, \quad 0 < t \leq t_f \quad (6)$$

$$-\kappa_v(T) \frac{\partial T_v(a, t)}{\partial x} + q_r(a, t) = -\kappa_s(T) \frac{\partial T_s(a, t)}{\partial x}, \quad 0 < t \leq t_f \quad (7)$$

$$\left( -\kappa_v(T) \frac{\partial T_v(a, t)}{\partial x} + \alpha \phi_r \right) \mathcal{R}(t) = T_v(a, t) - T_s(a, t), \quad 0 < t \leq t_f \quad (8)$$

$$C_s(T) \frac{\partial T_s(x, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \kappa_s(T) \frac{\partial T_s(x, t)}{\partial x} \right), \quad a < x < b, \quad 0 < t \leq t_f \quad (9)$$

$$T_s(x, 0) = T_s^i, \quad t = 0, \quad a \leq x \leq b \quad (10)$$

$$T_s(b, t) = T_b(t), \quad x = b, \quad 0 < t \leq t_f \quad (11)$$

Dans le verre, les deux modes de transfert par conduction et par rayonnement apparaissent couplés dans l'équation de la chaleur (4), sous la forme de la divergence de chacun des deux flux conductif et radiatif. Plusieurs techniques ont été développées pour traiter ce type de problème de couplage. Le lecteur trouvera dans la référence [17] une revue détaillée sur ce sujet. Dans le cas monodimensionnel présenté ici, c'est la formulation exacte du flux radiatif, dont les détails sont présentés dans la référence [10], qui a été utilisée.

Afin de résoudre le problème formulé ci-dessus, nous avons traité séparément les deux milieux en contact. En premier lieu et à partir des mesures de températures faites au sein du substrat, nous avons résolu un problème de conduction inverse au sein de celui-ci en utilisant la méthode de gradient conjugué [20], afin de déterminer la température de surface de substrat  $T_s(a, t)$ , ainsi que le flux de chaleur

$$-\lambda_s(T) \frac{\partial T_s(a, t)}{\partial x}$$

qui pénètre par la surface.

En second lieu, connaissant le flux de chaleur à l'interface, et disposant d'une mesure de la température sous la pastille de verre  $T_v(0, t)$ , le champ de température dans toute la lame de verre, ainsi que le flux radiatif, sont obtenus par la résolution du problème couplé conduction-rayonnement dans la lame de verre placée entre deux surfaces opaques (la surface du substrat  $P_2$  et le fond du creuset  $P_1$ ), sur lesquelles les conditions thermiques et radiatives sont connues.

### 3.3. Estimation du flux radiatif dans le verre

Le calcul détaillé de l'estimation du flux radiatif est donné en annexe. Dans notre estimation, nous considérons les parois comme opaques, à émission et réflexion diffuse. Les émissivités, réflectivités et les températures respectives des deux parois  $P_1$  et  $P_2$  sont  $\varepsilon_{1\lambda}$ ,  $\rho_{1\lambda}$ ,  $T_v(0, t)$  en  $\tau = 0$  et  $\varepsilon_{2\lambda}$ ,  $\rho_{2\lambda}$ ,  $T_s(a, t)$  en  $\tau = \tau_0$ .  $\tau = kx$  représente l'épaisseur optique.

Le verre est un milieu non gris, c'est-à-dire que le coefficient d'absorption dépend de la longueur d'onde (spectre d'absorption). Le calcul du flux doit se faire sur tout le spectre. Pour cela, nous utilisons la **méthode des bandes**, qui consiste à diviser le spectre en  $M$  bandes  $[\lambda_{m-1}, \lambda_m, m = 1, \dots, M]$ , et à considérer les caractéristiques radiatives du verre et de ses interfaces (indice de réfraction, coefficient d'absorption ...) comme

constants sur chaque bande. Le flux radiatif total sera alors la somme des flux relatifs à chaque bande :

$$q(\tau) = \int_0^\infty q_\lambda d\lambda = \sum_{m=1}^M q_m \quad (12)$$

avec  $M$  le nombre total de bandes et  $m$  le numéro d'une bande  $[\lambda_{m-1}, \lambda_m]$ .

L'expression définitive du flux radiatif sur une bande  $[\lambda_{m-1}, \lambda_m]$  est donnée par :

$$\begin{aligned} q_m(\tau) = & 2\pi \left\{ L_m^+(0) E_3(\tau) \right\} \\ & + 2\pi \left\{ \frac{n_m^2 \sigma}{\pi} \int_0^\tau F_{\lambda_{m-1}-\lambda_m}(T(\tau')) \right. \\ & \cdot T^4(\tau') E_2(\tau - \tau') d\tau' \Big\} \\ & - 2\pi \left\{ L_m^-(\tau_0) E_2(\tau_0 - \tau) \right\} \\ & + 2\pi \left\{ \frac{n_m^2 \sigma}{\pi} \int_{\tau_0}^\tau F_{\lambda_{m-1}-\lambda_m}(T(\tau')) \right. \\ & \cdot T^4(\tau') E_2(\tau' - \tau) d\tau' \Big\} \end{aligned} \quad (13)$$

avec :

$$L_m^+(0) = \frac{a_{1m} + b_{1m}a_{2m}}{1 - b_{1m}b_{2m}} \quad (14)$$

$$L_m^-(\tau_0) = \frac{a_{2m} + b_{2m}a_{1m}}{1 - b_{1m}b_{2m}} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} a_{1m} = & \varepsilon_{1m} \frac{n_m^2 \sigma}{\pi} F_{\lambda_{m-1}-\lambda_m}(T_0) T_0^4 + 2\rho_{1m} \frac{n_m^2 \sigma}{\pi} \\ & \cdot \int_0^{\tau_0} F_{\lambda_{m-1}-\lambda_m}(T(\tau')) T^4(\tau') E_2(\tau') d\tau' \end{aligned} \quad (16)$$

$$b_{1m} = 2\rho_{1m} E_3(\tau_0) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} a_{2m} = & \varepsilon_{2m} \frac{n_m^2 \sigma}{\pi} F_{\lambda_{m-1}-\lambda_m}(T_s) T_s^4 \\ & + 2\rho_{2m} \frac{n_m^2 \sigma}{\pi} \int_0^{\tau_0} F_{\lambda_{m-1}-\lambda_m}(T(\tau')) T^4(\tau') \\ & \cdot E_2(\tau_0 - \tau') d\tau' \end{aligned} \quad (18)$$

$$b_{2m} = 2\rho_{2m} E_3(\tau_0) \quad (19)$$

Les intégrales ont été calculées numériquement par la méthode de Gauss.

## 4. RÉSULTATS EXPÉIMENTAUX

Les résultats de cette étude sont présentés sous forme adimensionnelle. En effet, pour des raisons de confidentialité de l'étude, les différents paramètres caractérisant les transferts de chaleur à l'interface, températures, flux et résistance de contact, sont normalisés par rapport à des valeurs de référence.

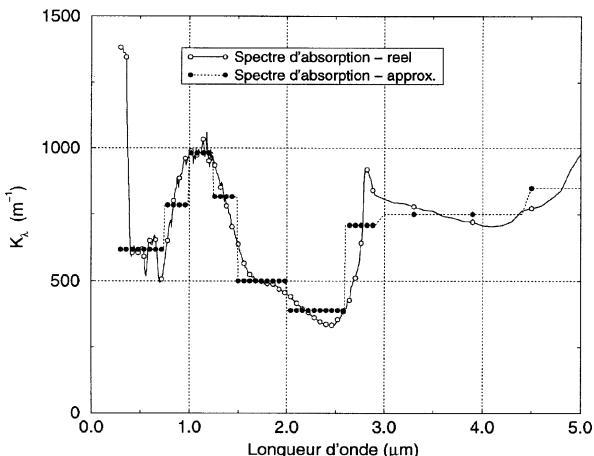
### 4.1. Caractéristiques thermiques et optiques du verre

Les caractéristiques optiques du verre utilisé dans notre estimation sont présentées sur les *figures 3 et 4*. Ces figures montrent, respectivement, le spectre d'absorption, l'épaisseur optique correspondante et l'indice optique en fonction de la longueur d'onde. L'utilisation de la **méthode des bandes** nécessite l'échantillonnage du spectre optique en un nombre fini de bandes (9 bandes dans notre cas). Sur chacune d'elles, les caractéristiques optiques du verre sont considérées comme constantes. Sur la *figure 4*, on présente l'évolution de l'épaisseur optique du verre.

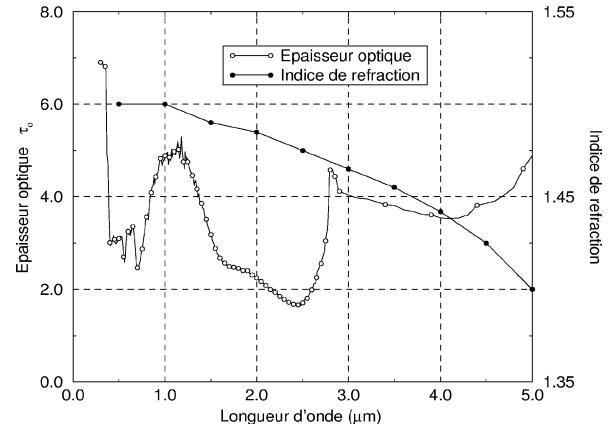
La conductivité thermique, ainsi que la chaleur spécifique que nous avons utilisées sont les suivantes (la température étant donnée en kelvins K) :

$$\kappa_v(T) = 0,7222 + 0,001583(T - 273) \quad (\text{W}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$$

$$C_v(T) = 2514(890 + 0,4T - 0,18 \cdot 10^8 T^{-2}) \quad (\text{J}\cdot\text{m}^{-3})$$



**Figure 3.** Spectre d'absorption du verre utilisé.  
**Figure 3.** Absorption spectrum of the glass used.



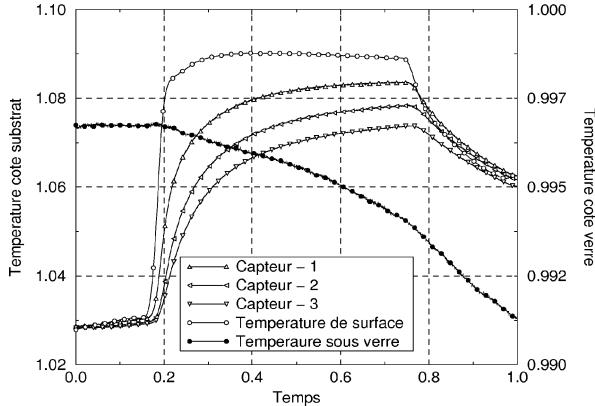
**Figure 4.** Variation de l'épaisseur et de l'indice optique du verre avec la longueur d'onde.  
**Figure 4.** Variation of the optical thickness and of the refractive index of the glass with wavelength.

### 4.2. Températures mesurées et estimées

Les évolutions des températures mesurées par les différents capteurs installés dans le substrat métallique sont représentées sur la *figure 5*. Avant la mise en contact du verre et du substrat, on observe un léger échauffement. En effet, lorsque l'on fait basculer l'écran, il s'écoule un certain temps avant que le contact s'effectue. Pendant ce temps, le verre, chauffé à très haute température, rayonne sur le substrat. Un transfert conductif et radiatif s'établit à travers la lame d'air qui les sépare. Ensuite, le substrat vient toucher le verre. Les trois capteurs les plus proches de l'interface montrent une évolution importante de la température par rapport à la température initiale du substrat (température de référence). Dans les premiers instants du contact, la température au sein du substrat augmente assez rapidement, pour ensuite tendre vers une limite. Au bout d'un temps précis de contact, le substrat se soulève. Les trois capteurs indiquent un refroidissement du substrat, qui se retrouve au contact de l'air de l'enceinte.

Sur le même graphe (*figure 5*), nous avons tracé ainsi la température mesurée sous la pastille de verre (en  $x = 0$ ). Nous remarquons que cette température du verre commence à chuter durant toute la période de contact verre–substrat. Mais cette chute, de l'ordre de 1 %, n'est pas importante par rapport à l'échauffement du substrat.

Les enregistrements de températures côté substrat ont permis d'estimer la température de surface de celui-ci en utilisant une technique de conduction thermique inverse. L'évolution de cette température est également reportée



**Figure 5.** Températures mesurées dans les deux milieux verre-substrat.

**Figure 5.** Measured temperatures within the two media glass-substrate.

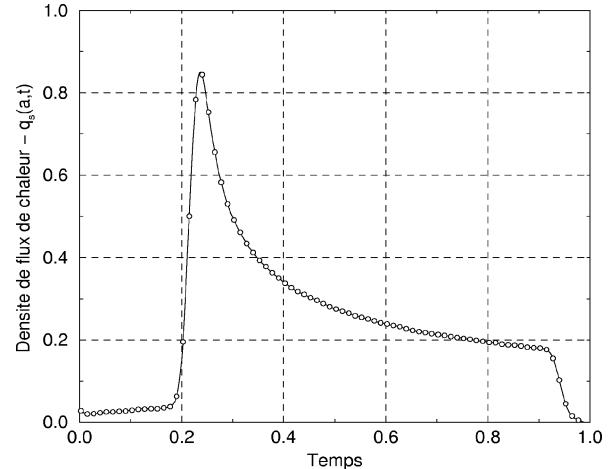
sur la *figure 5*. La montée en température côté substrat est de l'ordre de 8 à 9 %.

Nous constatons que la température de l'interface, côté substrat, augmente très rapidement lorsque le contact a eu lieu. Ensuite, elle tend très vite vers une température limite. Après le décollement du verre, la température de surface du substrat chute rapidement et devient même inférieure aux températures internes. On peut expliquer cela en émettant l'hypothèse que la surface du substrat se refroidit plus vite que l'intérieur, car elle se retrouve au contact de l'air de l'enceinte, qui est plus froid.

### 4.3. Flux de chaleur à l'interface

Le flux de chaleur à la surface du substrat est également obtenu à partir du champ de température interne relevé par les thermocouples, en résolvant le problème de conduction thermique inverse dans le substrat. L'évolution du flux de surface est représentée sur la *figure 6*. Ce flux de chaleur représente la totalité du transfert de chaleur reçu par le substrat (conductif + radiatif).

Nous remarquons que ce flux de chaleur n'est pas tout à fait nul à l'instant initial, c'est-à-dire avant le contact verre-moule. Ce flux initial représente le flux transmis directement par rayonnement du verre sur le substrat et conduction à travers la lame d'air qui les sépare. Dès que le contact est établi, la densité du flux de chaleur atteint son maximum très rapidement, puis la quantité de flux transférée du verre vers le moule métallique décroît au cours du temps, du fait de la diminution de l'écart de température entre les deux éléments. Le flux s'annule lors de la séparation de la pastille de verre et du substrat. Il



**Figure 6.** Estimation de l'évolution du flux de surface  $q_s(t)$  entrant dans le substrat.

**Figure 6.** Estimation of the flux density evolution  $q_s(t)$  at the surface of the substrate.

tend même à devenir négatif, car le substrat a tendance à céder de la chaleur vers l'air de l'enceinte, qui est plus froid.

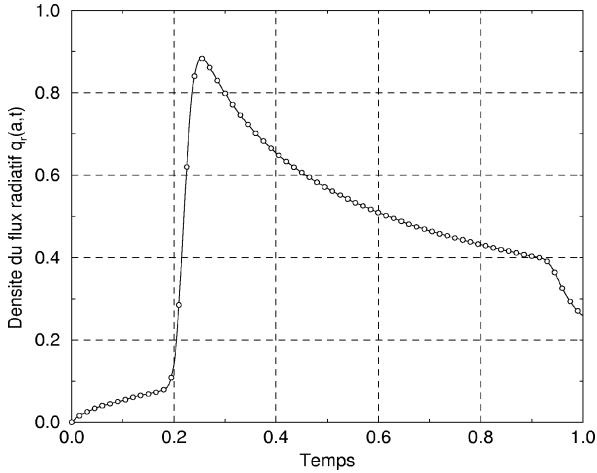
Par ailleurs, la résolution du problème direct et couplé de conduction-rayonnement au sein de la lame de verre (équations (7) à (11) et (12) à (19)) a permis de calculer, à l'interface  $x = a$ , le flux radiatif  $q_r(a, t)$  et la température du verre  $T_v(a, t)$ . La connaissance du paramètre  $\alpha$  n'étant pas prévisible dans l'état actuel, on effectue ce calcul pour les valeurs  $\alpha = 1$ ,  $\alpha = 0,5$ ,  $\alpha = 0$ . Par ailleurs, les surfaces  $P_1$  (creuset) et  $P_2$  (substrat) sont supposées grises et de réflectivités respectives  $\rho_1 = 0,3$  et  $\rho_2 = 0,8$ .

Nous avons représenté sur la *figure 7* l'évolution du flux radiatif à l'interface  $x = a$  durant toute la période de contact, pour le cas  $\alpha = 1$ . Ce flux représente une fraction non négligeable par rapport au flux total cédé au substrat. Elle représente environ 7 à 8 % du flux échangé (*figure 8*).

L'influence des transferts radiatifs sur les conditions de contact et leur prise en compte dans l'estimation de celle-ci sera décrite un peu plus loin.

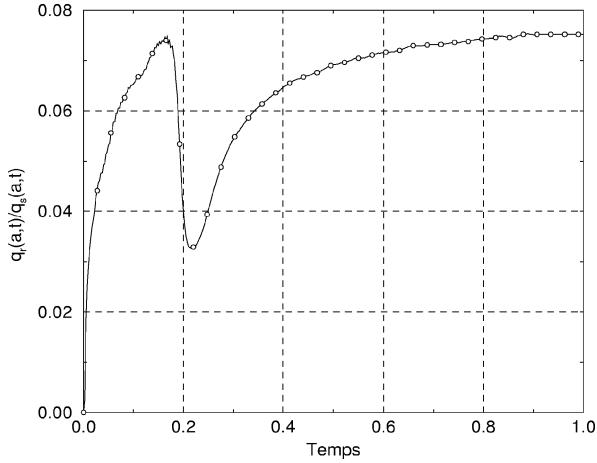
### 4.4. Saut de température à l'interface

La différence de température à l'interface ( $T_v(a, t) - T_s(a, t)$ ) est représentée sur la *figure 9* et correspond également au cas  $\alpha = 1$ . Au début, l'écart est très important. Ceci s'explique par l'absence totale de contact entre le verre et le substrat. Au bout de quelques secondes, cette



**Figure 7.** Évolution du flux radiatif  $q_r(a,t)$  durant la période de contact.

**Figure 7.** Evolution of the radiative flux  $q_r(a,t)$  during the time of contact.

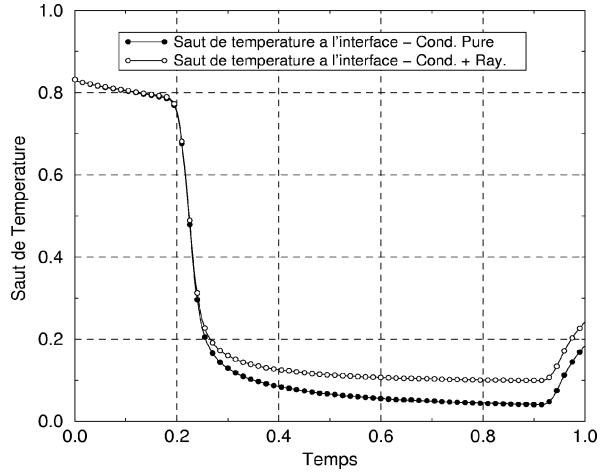


**Figure 8.** Rapport entre le flux radiatif et le flux total à l'interface  $x = a$ .

**Figure 8.** Ratio between the radiative flux and the total flux at the interface  $x = a$ .

différence de température chute et se trouve divisée par un facteur 3. À cet instant, le contact est établi entre les deux parties, verre et métal. Vers la fin de la période de contact, le saut de température a tendance à augmenter.

Par ailleurs, sur le même graphe, nous avons représenté l'évolution du saut de température en considérant les deux cas suivants. En premier lieu, le phénomène de transfert thermique dans la lame de verre est purement conductif; dans le deuxième cas, nous avons considéré le couplage des deux modes de transfert, conduction et



**Figure 9.** Saut de température à l'interface verre-sousstrat.

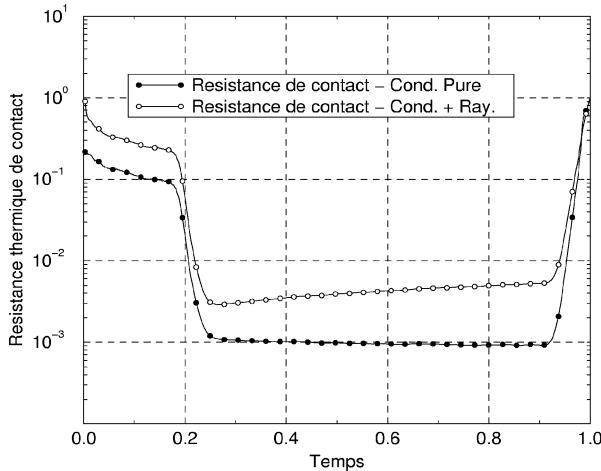
**Figure 9.** Temperature jump at the interface glass-substrate.

rayonnement ( $\alpha = 1$ ). Nous observons une nette différence entre les deux cas, le saut étant plus prononcé dans le second. Au maximum, cette différence est de l'ordre de 50 %, elle est nulle durant toute la période qui précède le contact. Durant cette dernière, l'échange entre les deux parties est purement radiatif.

#### 4.5. Résistance thermique de contact

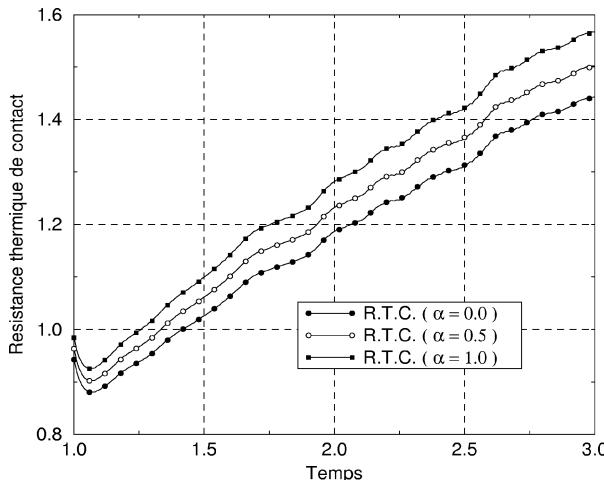
La détermination de la résistance de contact suppose que l'on connaisse le paramètre  $\alpha$  (équations (1) et (8)). Ce paramètre étant pour l'instant non précisé, nous avons considéré les deux cas limites  $\alpha = 0$  et  $\alpha = 1$ , correspondant aux valeurs  $\mathcal{R}_{\min}(t)$  et  $\mathcal{R}_{\max}(t)$ , entre lesquelles se situe la vraie valeur de la résistance de contact et une valeur intermédiaire  $\alpha = 0,5$ .

L'évolution de la résistance thermique de contact pour le cas  $\alpha = 1$  est représentée sur la *figure 10*. Quel que soit le modèle, nous constatons que la résistance de contact décroît rapidement durant les premiers instants de la phase de contact substrat-verre. Après cette décroissance, la résistance thermique de contact se stabilise autour d'une valeur moyenne assez faible. Durant les premiers instants de contact, la surface chaude du verre est relativement fluide et peut épouser la morphologie de la surface métallique du substrat et assurer un bon contact thermique. Au fur à mesure du refroidissement, la surface du verre se refroidit rapidement, alors que celle de la paroi métallique se réchauffe. La contraction du verre s'oppose à la dilatation du substrat, les deux parties glissent l'une sur l'autre et se décollent. Le décollement du verre vers la fin du contact



**Figure 10.** Évolution de la résistance de contact en fonction du temps. Comparaison entre les deux cas : verre semi-transparent, verre opaque.

**Figure 10.** Evolution of contact resistance versus time. Comparison between the two cases: semi-transparent glass, opaque glass.



**Figure 11.** Évolution de la résistance de contact en fonction du temps et en fonction du paramètre  $\alpha$ .

**Figure 11.** Evolution of the contact resistance versus time and versus parameter  $\alpha$ .

est à l'origine d'une faible croissance de la résistance thermique de contact. L'évolution de la résistance de contact durant la période de contact (1–3 s) pour les trois cas correspondant à  $\alpha = 0$ ,  $\alpha = 0,5$  et  $\alpha = 1$  est présentée sur la *figure 11*. L'influence du paramètre inconnu  $\alpha$  apparaît faible, puisque les variations maximales de résistances qu'elle entraîne sont de l'ordre de 10 %.

Enfin, nous avons voulu aussi comparer les évolutions des résistances que l'on obtiendrait en considérant le verre comme un milieu purement opaque.

L'évolution de la résistance thermique de contact pour ce dernier cas (conduction pure) reste sensiblement la même (*figure 10*). On observe, cependant, par rapport au problème couplé, une légère stabilisation de la résistance. On constate en revanche une très nette différence, de l'ordre de 55 %, entre les valeurs obtenues. La plus faible des résistances de contact est celle obtenue avec le modèle de transfert conductif pur dans la lame de verre. Ceci est logique, car pour assurer, dans cette hypothèse de phénomène purement conductif, le même flux global transmis au substrat, il faut introduire une résistance de contact plus faible que dans la réalité.

## 5. CONCLUSION

L'étude expérimentale du refroidissement d'une pastille de verre au contact d'une paroi métallique nous a aidés à mieux approcher les mécanismes de transfert au niveau de l'interface. Mais les modes de transfert à l'interface sont complexes et couplés ; leur modélisation complète reste très difficile à réaliser. Cette première approche a permis de dégager une vue générale sur les transferts thermiques à l'interface moule–verre et d'aboutir à estimer les ordres de grandeur de la résistance thermique de contact verre–moule.

Ces résultats ont été obtenus grâce à un dispositif expérimental bien adapté à ce type de contact, à ce niveau élevé de température, et grâce à une métrologie microthermique très poussée. Ce dispositif nous permet de reproduire, d'une manière fidèle, les conditions réelles de contact verre–moule.

Une analyse physique des processus thermiques s'établissant pendant le contact verre–moule, à l'échelle d'une zone de micro-contact, nous a permis de proposer une condition de couplage thermique mieux adaptée que la condition classique entre milieux opaques. Cette condition introduit deux paramètres couplés, une résistance thermique de contact et un paramètre  $\alpha$ , caractérisant la fraction de la divergence du flux radiatif qui participe effectivement à la discontinuité de température à l'interface. Bien que cette analyse reste insuffisante, les résultats obtenus sont encourageants pour la poursuite de cette étude.

Les mesures ont montré que dans la phase d'approche qui précède le contact, un transfert de chaleur existe déjà à travers la lame d'air qui sépare le

verre de la paroi. Ce transfert, qui reste faible, mais est non négligeable en comparaison de celui qui s'établit par conduction après la mise en contact, s'effectue essentiellement par rayonnement. Quelle que soit la valeur de  $\alpha$ , l'évolution de la résistance thermique de contact croît légèrement durant toute la période de contact. Cette altération des conditions de contact est, selon nous, liée à la solidification et à la contraction du verre.

Pour une interprétation plus approfondie des résultats, seule l'élaboration d'un modèle 3D de résistance thermique de constriction, qui tiendrait convenablement compte du caractère semi-transparent dans la lame de verre, devrait permettre de mieux comprendre l'évolution des conditions thermiques de contact. C'est ce que nous nous proposons de faire dans le cadre d'une nouvelle étude. Dans celle-ci, nous envisageons aussi d'améliorer la métrologie thermique côté verre, afin de mieux maîtriser l'évolution du champ de température à l'état initial et durant toute la période de contact. Cette maîtrise expérimentale nous permettra de mieux préciser les phénomènes, et notamment l'influence et la valeur du paramètre  $\alpha$  caractérisant la semi-transparence du milieu. Elle permettra aussi d'envisager, du point de vue numérique, l'estimation des grandeurs thermophysiques caractérisant le verre à ce niveau élevé de température (conductivité thermique et chaleur spécifique). Le modèle de condition thermique de contact (paramètres  $R_c$  et  $\alpha$ ), ainsi enrichi et mieux adapté au cas des milieux semi-transparents, pourra être intégré ensuite dans un logiciel de calcul de mise en forme des produits verriers (forge 2, 3, par exemple).

### Remerciements

Ce travail a été financé en partie par la société Saint-Gobain Emballage, division Recherche, à Chalon-sur-Saône. Que les responsables de cette entreprise, en la personne de P. Merrour, trouvent ici l'expression de notre profonde sympathie pour leur aide précieuse. Les auteurs remercient les rapporteurs pour leurs critiques et les corrections apportées lors de la révision de ce manuscrit.

### RÉFÉRENCES

[1] Merrour P., Évaluation par une méthode inverse en conduction de la résistance thermique de contact verre-métal dans un moule de bouteillerie en production, in : Journée SFT, avril 1995.

- [2] Farag I.H., Beliveau M.J. and Curran R.L., Heat transfer during glass forming, *Chem. Engrg. Comm.* 52 (1987) 21-32.
- [3] Trier W., Temperature distribution and heat flow in glass in black molds container machines, *J. Am. Ceram. Soc.* 44 (1961) 339-345.
- [4] McGraw D.A., Transfer of heat in glass during forming, *J. Am. Ceram. Soc.* 44 (1961) 353-363.
- [5] Murakami H., Considerations on the heat transfer through minimal clearance glass molding, *J. Ceram. Soc. Jpn.* 95 (1987) 1073-1078.
- [6] Murakami H., Calculation of the temperature distribution in glass formed in metal mold, *Yogyo Kyokai Shi* 96 (1988) 946-953.
- [7] Pchelyakov S.K. et al., Basic correlations in glass tare production, *Keramica/J. Engrg. Phys.* 9 (1988) 315-319.
- [8] Schwander D., Influence des propriétés radiatives des interfaces sur les transferts thermiques dans les milieux semi-transparents condensés, thèse, université de Perpignan, 1988.
- [9] Maréchal F., Transferts thermiques dans les verres industriels. Application au moulage sur métal poreux, thèse, université Paris-Nord, 1994.
- [10] Ozişik M.N., *Radiative Heat Transfer and Interaction with Conduction and Convection*, John Wiley and Sons, New York, 1973.
- [11] Hotel H.C., Sarofim A.F., *Radiative Transfer*, McGraw Hill, New York, 1967.
- [12] Field R.E., Viskanta R., Measurement and prediction of the dynamic temperature distribution in soda-lime glass plates, *J. Am. Ceram. Soc.* 73 (1990) 2047-2053.
- [13] Field R.E., Viskanta R., Measurement and prediction of the dynamic temperature distribution in unsymmetrically cooled glass windows, *J. Thermophys. Heat Trans.* 7 (1993) 616-623.
- [14] Zen-Fa Shen T., Shmith F., Hix P., Linearization of the radiation terms for improved convergency by use of the zone method, *Numer. Heat Trans.* 6 (1983) 377-382.
- [15] Ping T.H., Lallemand M., Transient radiative-conductive heat transfer in flat glasses submitted to temperature flux and mixed boundary conditions, *Int. J. Heat Mass Trans.* 32 (1989) 795-810.
- [16] Heping T., Maestre B., Lallemand M., Transient and steady-state combined heat transfer in semi-transparent materials subjected to a pulse or a step irradiation, *J. Heat Trans.-T. ASME* 113 (1991) 166-173.
- [17] Howell J.R., Thermal radiation in participating media: the past, the present, and some possible futures, *J. Heat Trans.-T. ASME* 110 (1988) 1220-1229.
- [18] Press W.H., Teukolsky S.A., Vetterling W.T., Flannery B.P., *Numerical Recipes in Fortran*, Cambridge University Press, 1992.
- [19] Vriendt A.B., La transmission de la chaleur. Introduction au rayonnement thermique, Vol. 2, Gaetan-Morin, Québec, 1984.
- [20] Jarny Y., Ozisik M.N., Bardon J.-P., A general optimization method using adjoint equation for solving multidimensional inverse heat conduction, *Int. J. Heat Mass Tran.* 34 (1991) 2911-2919.

## ANNEXE

### Estimation du flux radiatif

Dans les milieux opaques solides, comme les métaux et autres matériaux, la conduction photonique est le seul mécanisme de transfert de chaleur. Dans les milieux semi-transparents comme le verre ou les gaz, il y a une distinction importante entre les transferts de chaleur par conduction et par rayonnement. La détermination de la distribution de la température dans le milieu nécessite le calcul du flux radiatif. Les hypothèses de ces calculs sont les suivantes.

1. Le milieu est en équilibre thermodynamique. Les lois de Planck et Kirchhoff sont valables.

2. Le verre est un milieu isotrope, homogène, émissif, absorbant, non diffusant.

3. Les transferts de chaleur par conduction et rayonnement sont monodimensionnels dans la direction normale aux interfaces.

4. L'épaisseur du verre est beaucoup plus grande que la longueur d'onde du rayonnement pour que les effets des interférences soient négligeables.

5. Le verre est semi transparent pour le rayonnement de longueur d'onde  $\lambda < 5 \mu\text{m}$  et opaque pour  $\lambda > 5 \mu\text{m}$ .

6. La variation de l'indice de réfraction du verre avec la température est négligeable.

En premier lieu, nous considérons les parois comme opaques, à émission et réflexion diffuse. Les émissivités et réflectivités respectives des deux parois sont  $\varepsilon_{1v}$ ,  $\rho_{1v}$  en  $\tau = 0$  et  $\varepsilon_{2v}$ ,  $\rho_{2v}$  en  $\tau = \tau_0$ . Les deux parois sont aux températures  $T_0$  et  $T_s$ . Les équations de la luminance sont :

$$\mu \frac{\partial L_v^+}{\partial \tau}(\tau, \mu) + L_v^+(\tau, \mu) = L_v^0[T(v)] \quad (20)$$

$$0 < \mu \leq 1$$

$$-\mu \frac{\partial L_v^-}{\partial \tau}(\tau, -\mu) + L_v^-(\tau, -\mu) = L_v^0[T(v)] \quad (21)$$

$$0 < \mu \leq 1$$

La solution de ces deux équations est :

$$L_v^+(\tau, \mu) = L_v^+(0, \mu) e^{-\tau/\mu} + \int_0^\tau L_v^0(T(\tau')) \frac{e^{-(\tau-\tau')/\mu}}{\mu} d\tau' \quad (22)$$

$$L_v^-(\tau, -\mu) = L_v^-(\tau_0, -\mu) e^{-(\tau_0-\tau)\mu} + \int_\tau^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) \frac{e^{-(\tau'-\tau)/\mu}}{\mu} d\tau' \quad (23)$$

### Détermination des luminances aux parois

Le flux radiatif de chaque paroi est la somme d'une composante émise et d'une composante réfléchie :

$$q_r(0) = q_{\text{émis}}(0) + q_{\text{réfléchi}}(0)$$

$$2\pi \int_0^1 L_v^+(0, \mu) \mu d\mu$$

$$= \varepsilon_{1v} 2\pi \int_0^1 L_v^0(T_0) \mu d\mu$$

$$+ \rho_{1v} 2\pi \int_0^1 L_v^-(0, -\mu) \mu d\mu \quad (24)$$

Comme les parois sont à émission diffuse et à réflexion diffuse, les luminances sont indépendantes de  $\mu$ . Ce qui entraîne  $L_v^+(0, \mu) = L_v^+(0)$  et  $L_v^-(\tau_0, -\mu) = L_v^-(\tau_0)$ . Les équations s'écrivent alors comme suit

$$L_v^+(0) = \varepsilon_{1v} L_v^0[T_0] + \rho_{1v} \frac{\int_0^1 L_v^-(0, -\mu) \mu d\mu}{\int_0^1 \mu d\mu} \quad (25)$$

$$L_v^+(0) = \varepsilon_{1v} L_v^0[T_0] + 2\rho_{1v} \int_0^1 L_v^-(0, -\mu) \mu d\mu \quad (26)$$

$$q_r(\tau_0) = q_{\text{émis}}(\tau_0) + q_{\text{réfléchi}}(\tau_0)$$

$$2\pi \int_0^1 L_v^-(\tau_0, -\mu) \mu d\mu$$

$$= \varepsilon_{2v} 2\pi \int_0^1 L_v^0(T_s) \mu d\mu$$

$$+ \rho_{2v} 2\pi \int_0^1 L_v^+(0, \mu) \mu d\mu \quad (27)$$

$$L_v^-(\tau_0) = \varepsilon_{2v} L_v^0[T_s] + \rho_{2v} \frac{\int_0^1 L_v^+(0, \mu) \mu d\mu}{\int_0^1 \mu d\mu} \quad (28)$$

$$L_v^-(\tau_0) = \varepsilon_{2v} L_v^0[T_s] + 2\rho_{2v} \int_0^1 L_v^+(0, \mu) \mu d\mu \quad (29)$$

$L_v^-(0, -\mu)$  et  $L_v^+(0, \mu)$  peuvent être déterminées respectivement en remplaçant  $\tau$  par 0 dans l'équation (22) et par  $\tau_0$  dans l'équation (23), il vient :

$$L_v^-(0, -\mu) = L_v^-(\tau_0) e^{-\tau_0/\mu} + \int_0^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) \frac{\exp(-\tau'/\mu)}{\mu} d\tau' \quad (30)$$

$$L_v^+(0, \mu) = L_v^+(0) e^{-\tau_0/\mu} + \int_0^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) \frac{e^{-(\tau_0-\tau')/\mu}}{\mu} d\tau' \quad (31)$$

En remplaçant les équations (30) et (31) respectivement dans les équations (26) et (29), il vient :

$$\begin{aligned} L_v^+(0) &= \varepsilon_{1v} L_v^0[T_0] + 2\rho_{1v} \int_0^1 L_v^-(\tau_0) \exp\left(-\frac{\tau_0}{\mu'}\right) \mu' d\mu' \\ &\quad + \int_0^1 \int_0^{\tau_0} \left[ L_v^0(T(\tau')) \frac{e^{-\tau'/\mu'}}{\mu'} d\tau' \right] \mu' d\mu' \end{aligned} \quad (32)$$

$$\begin{aligned} L_v^+(0) &= \varepsilon_{1v} L_v^0[T_0] + 2\rho_{1v} L_v^-(\tau_0) \int_0^1 \mu' e^{-\tau_0/\mu'} d\mu' \\ &\quad + 2\rho_{1v} \int_0^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) \int_0^1 e^{-\tau'/\mu'} d\tau' d\mu' \end{aligned} \quad (33)$$

Soit  $E_n(x)$  la fonction exponentielle intégrale définie par [10] :

$$E_n(\tau) = \int_0^1 \mu^{n-2} e^{-\tau/\mu} d\mu \quad (34)$$

il vient

$$\begin{aligned} L_v^+(0) &= \varepsilon_{1v} L_v^0[T_0] + 2\rho_{1v} L_v^-(\tau_0) E_3(\tau_0) \\ &\quad + 2\rho_{1v} \int_0^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) E_2(\tau') d\tau' \end{aligned} \quad (35)$$

soit

$$L_v^+(0) = a_{1v} + b_{1v} L_v^-(\tau_0) \quad (36)$$

où  $a_{1v}$  et  $b_{1v}$  sont des coefficients qui ont pour expressions :

$$a_{1v} = \varepsilon_{1v} L_v^0[T_0] + 2\rho_{1v} \int_0^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) E_2(\tau') d\tau' \quad (37)$$

$$b_{1v} = 2\rho_{1v} E_3(\tau_0) \quad (38)$$

$$\begin{aligned} L_v^-(\tau_0) &= \varepsilon_{2v} L_v^0(T_s) + 2\rho_{2v} \int_0^1 [L_v^+(0) e^{-\tau_0/\mu'} \mu' d\mu' \\ &\quad + \int_0^1 \int_0^{\tau_0} \left[ L_v^0(T(\tau')) \frac{e^{-(\tau_0-\tau')/\mu'}}{\mu'} d\tau' \right] \mu' d\mu'] \end{aligned} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} L_v^-(\tau_0) &= \varepsilon_{2v} L_v^0[T_s] + 2\rho_{2v} L_v^+(0) \int_0^1 \mu' e^{-\tau_0/\mu'} d\mu' \\ &\quad + 2\rho_{2v} \int_0^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) \\ &\quad \cdot \int_0^1 e^{-(\tau_0-\tau')/\mu'} d\tau' d\mu' \end{aligned} \quad (40)$$

soit

$$L_v^-(\tau_0) = a_{2v} + b_{2v} L_v^+(0) \quad (41)$$

où  $a_{2v}$  et  $b_{2v}$  sont des coefficients qui ont pour expression :

$$\begin{aligned} a_{2v} &= \varepsilon_{2v} L_v^0[T_s] \\ &\quad + 2\rho_{2v} \int_0^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) E_2(\tau_0 - \tau') d\tau' \end{aligned} \quad (42)$$

$$b_{2v} = 2\rho_{2v} E_3(\tau_0) \quad (43)$$

Les équations (36) et (41) forment un système d'équations à deux inconnues, dont la solution est :

$$L_v^+(0) = \frac{a_{1v} + b_{1v} a_{2v}}{1 - b_{1v} b_{2v}} \quad (44)$$

$$L_v^-(\tau_0) = \frac{a_{2v} + b_{2v} a_{1v}}{1 - b_{1v} b_{2v}} \quad (45)$$

### Expression du flux radiatif net monochromatique

Nous reprenons l'expression du flux radiatif qui a été obtenue dans le chapitre précédent :

$$\begin{aligned} q_v(\tau) &= 2\pi \left\{ L_v^+(0) E_3(\tau) \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\tau L_v^0(T(\tau')) E_2(\tau - \tau') d\tau' \right\} \\ &\quad - 2\pi \left\{ L_v^-(\tau_0) E_2(\tau_0 - \tau) \right. \\ &\quad \left. + \int_\tau^{\tau_0} L_v^0(T(\tau')) E_2(\tau' - \tau) d\tau' \right\} \end{aligned} \quad (46)$$

### Calcul du flux radiatif net sur tout le spectre

Le verre est un milieu non gris, c'est-à-dire que son coefficient d'absorption dépend de la longueur d'onde (spectre d'absorption). Le calcul du flux doit se faire sur tout le spectre. Afin d'éviter une solution pour chaque longueur d'onde, nous utilisons la méthode des bandes, qui consiste à diviser le spectre en  $M$  bandes  $[\lambda_{m-1}, \lambda_m, m = 1, \dots, M]$ , et à considérer les caractéristiques radiatives du verre et ses interfaces (indice de réfraction, coefficient d'absorption...) constantes dans chaque bande. Le flux radiatif total sera alors la somme de flux de toutes les bandes.

$$q(\tau) = \int_0^\infty q_\lambda d\lambda = \sum_{m=1}^M q_m \quad (47)$$

$m$  représente le numéro d'une bande  $[\lambda_{m-1}, \lambda_m]$ ,  
 $M$  est le nombre total de bande total.

Nous exprimons le flux monochromatique en fonction de la longueur d'onde. Pour cela, il suffit de remplacer la luminance du corps noir par son expression en fonction de la longueur d'onde dans l'équation (46). Nous déduisons ainsi  $q_\lambda(\tau)$ .

$$q_\lambda(\tau) = 2\pi \left\{ L_\lambda^+(0) E_3(\tau) + \int_0^\tau n_\lambda^2 L_\lambda^0[T(\tau')] E_2(\tau - \tau') d\tau' \right\} - 2\pi \left\{ L_\lambda^-(\tau_0) E_2(\tau_0 - \tau) + \int_\tau^{\tau_0} n_\lambda^2 L_\lambda^0[T(\tau')] E_2(\tau' - \tau) d\tau' \right\} \quad (48)$$

$$L_\lambda^+(0) = \frac{a_{1\lambda} + b_{1\lambda}a_{2\lambda}}{1 - b_{1\lambda}b_{2\lambda}} \quad (49)$$

$$L_\lambda^-(\tau_0) = \frac{a_{2\lambda} + b_{2\lambda}a_{1\lambda}}{1 - b_{1\lambda}b_{2\lambda}} \quad (50)$$

$$a_{1\lambda} = \varepsilon_{1\lambda} n_\lambda^2 L_\lambda^0[T_0] + 2\rho_{1\lambda} \int_0^{\tau_0} n_\lambda^2 L_\lambda^0[T(\tau')] E_2(\tau') d\tau' \quad (51)$$

$$b_{1\lambda} = 2\rho_{1\lambda} E_3(\tau_0) \quad (52)$$

$$a_{2\lambda} = \varepsilon_{2\lambda} n_\lambda^2 L_\lambda^0[T_s] + 2\rho_{2\lambda} \int_0^{\tau_0} n_\lambda^2 L_\lambda^0[T(\tau')] E_2(\tau_0 - \tau') d\tau' \quad (53)$$

$$b_{2\lambda} = 2\rho_{2\lambda} E_3(\tau_0) \quad (54)$$

L'expression du flux sur la bande  $[\lambda_{m-1}, \lambda_m]$  peut alors être intégrée analytiquement entre les bornes d'intégration  $\lambda_{m-1}$  et  $\lambda_m$  :

$$\tau = K_m x \quad \text{et} \quad \tau_0 = K_m l$$

$$q_m(\tau) = \int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} q_\lambda(\tau) d\lambda \quad (55)$$

$$q_m(\tau) = 2\pi \left\{ L_m^+(0) E_3(\tau) + \int_0^\tau n_m^2 \int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} L_\lambda^0[T(\tau')] E_2(\tau_0 - \tau') d\tau' d\lambda \right\}$$

$$- 2\pi \left\{ L_m^-(\tau_0) E_2(\tau_0 - \tau) + \int_\tau^{\tau_0} n_m^2 \int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} L_\lambda^0[T(\tau')] \cdot E_2(\tau' - \tau_0) d\tau' d\lambda \right\} \quad (56)$$

$$L_m^+(0) = \frac{a_{1m} + b_{1m}a_{2m}}{1 - b_{1m}b_{2m}} \quad (57)$$

$$L_m^-(\tau_0) = \frac{a_{2m} + b_{2m}a_{1m}}{1 - b_{1m}b_{2m}} \quad (58)$$

$$a_{1m} = \varepsilon_{1m} n_m^2 \int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} L_\lambda^0[T_0] d\lambda + 2\rho_{1m} \int_0^{\tau_0} n_m^2 \int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} L_\lambda^0[T(\tau')] \cdot E_2(\tau') d\lambda d\tau' \quad (59)$$

$$b_{1m} = 2\rho_{1m} E_3(\tau_0) \quad (60)$$

$$a_{2m} = \varepsilon_{2m} n_m^2 \int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} L_\lambda^0[T_s] d\lambda + 2\rho_{2m} \int_0^{\tau_0} n_m^2 \int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} L_\lambda^0[T(\tau')] \cdot E_2(\tau_0 - \tau') d\lambda d\tau' \quad (61)$$

$$b_{2m} = 2\rho_{2m} E_3(\tau_0) \quad (62)$$

la quantité

$$\int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} L_\lambda^0(T(\tau)) d\lambda$$

est la luminance d'un corps noir sur une bande de longueur d'onde  $[\lambda_{m-1}, \lambda_m]$ . Elle est déterminée par la relation suivante :

$$\int_{\lambda_{m-1}}^{\lambda_m} L_\lambda^0(T(\tau)) d\lambda = F_{\lambda_{m-1}, \lambda_m}(T) \frac{\sigma T^4}{\pi} \quad (63)$$

$F_{\lambda_{m-1}, \lambda_m}(T)$  est la fraction d'énergie du corps noir.

En remplaçant l'équation (63) dans l'équation (56), nous obtenons l'expression définitive du flux radiatif sur la bande  $[\lambda_{m-1}, \lambda_m]$  (équations (32)–(38)).

### Calcul numérique du flux radiatif

Les intégrales ont été calculées numériquement par la méthode de Gauss [18]. La fonction exponentielle intégrale  $E_1(\tau)$  a été calculée en résolvant numériquement

son expression intégrale. Les fonctions  $E_2(\tau)$ ,  $E_3(\tau)$ ,  $E_4(\tau)$  ont été en suite déduites de  $E_1(\tau)$  par la relation suivante :

$$E_{n+1}(\tau) = \frac{1}{n} [e^{-\tau} - \tau E_n(\tau)] \quad n \geq 1$$

L'intégration de 0 à  $\tau$  et de  $\tau$  à  $\tau_0$  nécessite la connaissance des températures des points qui ne coïncident pas avec celles des noeuds. Nous avons utilisé une interpolation linéaire.

La fonction  $F_{0-\lambda}(T)$  a été calculée en utilisant des approximations polynomiales données par la référence [19]

$$v = \frac{C_2}{\lambda T}$$

$$\begin{aligned} F_{0-\lambda}(T) &= \frac{15}{\pi^4} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{e^{-mv}}{m^4} \{ [(mv+3)mv+6]mv+6 \} \\ &\quad \text{pour } v \geq 2 \\ F_{0-\lambda}(T) &= 1 - \frac{15}{\pi^4} v^3 \left\{ \frac{1}{3} - \frac{v}{8} + \frac{v^2}{60} - \frac{v^4}{5040} \right. \\ &\quad \left. + \frac{v^6}{272160} - \frac{v^8}{13305600} \right\} \quad \text{pour } v < 2 \end{aligned}$$

Dans la réalité le contact verre–métal est séparé par une lame d'air discontinue. Ce cas peut être traité en considérant une lame d'air entre le verre et le métal et modéliser les zones de contact comme des endroits où les parois sont opaques, en contact intime avec le verre.

### Abridged English version

#### Estimation of the contact resistance during glass solidification

Heat transfer during glass formation is of great importance because of its influence on the product quality and its characteristics. In this paper we present an experimental study conducted to investigate the heat transfer phenomenon at the mould–glass interface during glass solidification. We have tried to estimate the heat flux and temperature jump at the interface and to evaluate the thermal contact resistance as a function of time. To this end we have built an experimental setup to simulate the real contact conditions between glass and mould. It consists in heating separately a small glass patch and a metallic substrate (mould wall) at different but precise initial temperatures and then putting them in contact. A very fine thermal metrology was used near the contact interface to record temperature histories during the contact period. A set of semi-intrinsic thermocouples was installed in the mold region. An another thermocouple was placed in the glass region. *Figure 1* shows the experimental principle and the sensor implantation. The recorded temperatures give access to the estimation of the different parameters characterising the heat transfer at the interface (heat flux, temperature jump and thermal contact resistance).

A theoretical model taking into account the semi-transparent character of glass was built to investigate heat transfer between glass and mould. The heating problem of simultaneous conduction and radiation is solved in the glass region to estimate temperature field and radiative and conductive heat fluxes during the contact period. We

have used the exact formulation of the problem [10] and solved it numerically. The main difficulty of the problem was the formulation of the boundary condition at the mould–glass interface contact. A physical analysis of the heat transfer phenomenon at the scale of an elementary contact area is conducted to build the boundary condition at the interface and to deduce the role of radiative heat transfer on the quality of thermal contact.

The measured temperatures show that before contact there is combined heat transfer (radiation and conduction) across the air gap which separates glass and substrate. This transfer is weak but not negligible in comparison with that established between glass and mould when contact takes place.

In this study we have simulated experimentally the mould–glass contact conditions and characterised the heat transfer at the interface. The parameter estimation (heat flux, temperature jump and thermal contact resistance) presents a marked difference when estimation is done with and without the semi-transparent model of heat transfer in the glass region. The thermal contact conditions of the opaque–semi-transparent medium are quite different than those of the opaque–opaque medium. It seems that thermal contact resistance is less important when the effect of radiation is taken into account. In this glass case the radiative heat flux represents approximately 10 % of the total heat exchange between glass and mould.